SaberEs Nº 3 (2011) 47-60. Sección Artículos

FLEXIBILIDAD ESTRATÉGICA, TEORÍA DE OPCIONES REALES Y CONVERGENCIA CON EL VALOR ACTUAL NETO EMPLEANDO PROBABILIDADES "DEL MUNDO REAL" Y COEFICIENTES EQUIVALENTES CIERTOS.

Gastón Silverio Milanesi*

Universidad Nacional del Sur

Resumen. El trabajo presenta un modelo para valuar decisiones de inversión aplicando la Teoría de Opciones Reales. Propone el uso de probabilidades "*del mundo real*" en contraposición a los clásicos coeficientes equivalentes ciertos. El método describe y traduce "*con un mayor grado de intuición",* la anatomía del riesgo correspondiente a la flexibilidad estratégica del activo. Adicionalmente, la estimación de coeficientes no emplea el tipo sin riesgo. En cambio emplea tasas estimadas a través de los tradicionales modelos de equilibrio, modelos que incorporan momentos de orden superior, o simples ajustes *ad-hoc* sobre la tasa. Finalmente demuestra la convergencia entre la Teoría de Opciones Reales y el Valor Actual Neto.

Palabras clave: Valuación; Opciones Reales; Rejillas Binomiales; Probabilidades del "Mundo Real".

* Profesor Asociado Decisiones y Estrategias Financieras y Administración Financiera II.
Contacto: milanesi@uns.edu.ar.

Abstract. The paper presents a value model for investment decision applying Real Options Theory. It proposes the use of "*real world*" probabilities instead of the classic certain equivalent coefficients. The method describes and traduces the risk anatomy corresponding to the strategic flexibility "*with a higher degree of intuition*". Moreover, the coefficients estimation don´t use the risk free rate. Instead it uses estimation of rates trough classic equilibrium models, higher order stochastic moments models or simple *ad-hoc* adjust over the rate. Finally, it proves the convergence between the Real Options Theory and the Net Present Value.

Key words: Valuation; Real Options; Binomial Lattice; "Real World" Probability.

1. Introducción

Tradicionalmente las decisiones de inversión son evaluadas utilizando el método conocido como descuento de flujos de fondos (DFF) aplicando la tradicional formulación del valor actual neto (VAN). La incertidumbre del proyecto se incorpora a través de una tasa ajustada por riesgo, la cual se supone constante o variable en forma determinística durante la vida del proyecto. Este método presenta la desventaja de no capturar flexibilidad estratégica alguna del proyecto (Mun, 2004).

Los cursos alternativos de acción y variabilidad del riesgo en el tiempo, en inversiones de activos reales se detectada y cuantificada mediante la Teoría de Opciones Reales (OR). El enfoque nace como adaptación del modelo de valoración de opciones financieras (Black y Scholes, 1973; Merton, 1973) para el caso de activos reales. El primer planteo se desarrolla en la concepción de un modelo para la opción estratégica de crecimiento de la empresa (Myers, 1977). A partir de allí se elaboraron diferentes propuestas analíticas para el análisis de categorías específicas de opciones, entre ellos: (a) Opción de Diferimiento (Mc Donal y Siegel, 1986; Paddock, Siegel y Smith, 1988; Ingersoll y Ross, 1992); b) Opción de Crecimiento (Myers, 1977; Trigeorgis, 1988; Pindyck; 1988; Smit, 1996); c) Opción de Abandono (Myers y Majd; 1990); d) Opciones de expandir-contraer o extensión de la vida útil (Trigeorgis y Mason, 1987; Kemma, 1988); e) Opción de cierre temporario o corte del proceso productivo (Brennan y Schwartz, 1985); f) Opción de intercambio (Margrabe, 1978; Kulatilaka 1988, 1995); Opciones financieras de insolvencia (Mason y Merton 1985; Trigeorgis; 1993). La resolución analítica de estos modelos emplean ecuaciones diferenciales estocásticas (tiempo continuo) o en intervalos temporales discretos a través del uso de árboles o grillas binomiales y métodos de simulación (Cox y Ross, 1976; Luherman, 1998; Copeland y Antikarov, 2001; Hull, 2005).

En el presente trabajo se propone una alternativa al clásico método de Cox, Ross y Rubinstein (1979, en adelante CRR) para valorar la flexibilidad estratégica contenida en las decisiones de inversión, siguiendo la propuesta de Arnold y Crack (2004). Ambos enfoques son consistentes en cuanto a resultados, pero el uso por el segundo de probabilidades "*del mundo real*" tiene mayor eficacia comunicacional e interpretativa de la anatomía del riesgo contenida en los nodos finales de la rejilla. Para la estimación del valor esperado del subyacente, son utilizadas tasas obtenidas a partir de modelos de equilibrio, modelos que incorporan momentos estocásticos de orden superior, o simples ajustes *ad-hoc* las tasas de crecimiento indicadas.

2. El modelo

El valor actual de un activo real es expresado por las siguientes variables: V_t, valor del bien al momento t, K_s, el rendimiento[1] (o crecimiento) compuesto del

[1] La tasa ajustada por riesgo (K_s) se estima empleando modelos de equilibrio (*Capital Assets Pricing Model* (CAPM); *Arbitrage Price Theory* (APT); *Multifactor Pricing Model*

valor del subyacente desde el instante 0 a *T*, R_f factor de actualización (capitalización) sin riesgo ($1+r_f$) y *E(.)* operador de expectativa. A partir del valor esperado del activo (Ecuación 1) se deriva el valor actual del mismo (Ecuación 2 y Ecuación 3).

$$V_0 E\left(K_s\right) = E\left(V_T\right) \quad \textbf{(1)}$$

$$\Rightarrow V_0\left[R_f + \left(E\left(K_s\right) - R_f\right)\right] = E\left(V_T\right) \quad \textbf{(2)}$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{E\left(V_T\right) - V_0\left[E\left(R_v\right) - R_f\right]}{R_f} \quad \textbf{(3)}$$

Para valuar la flexibilidad estratégica del proyecto es menester aplicar la Teoría de Opciones Financieras. El ratio delta (*Δ*) para una opción de compra[2] está definido por la siguiente ecuación;

$$\Delta = \frac{\Delta S}{C} = \frac{S_0\left(V_u - V_d\right)}{V_0\left(u-d\right)S_0} = \frac{\left(V_u - V_d\right)}{V_0\left(u-d\right)} \quad \textbf{(4)}$$

Donde $\Delta = \frac{\left(V_u - V_d\right)}{S_0\left(u-d\right)}$ expresa movimientos multiplicativos de ascenso (*u*) y descenso (*d*) de (*S*) y la elasticidad del valor del subyacente en relación al derivado. Incorporando la ecuación 4 en la ecuación 3 se obtiene la expresión correspondiente al valor actual de un activo real,

$$V_0 = \frac{E\left(V_T\right) - V_0\Delta\left[E\left(R_v\right) - R_f\right]}{R_f} \quad \textbf{(5)}$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{E\left(V_T\right) - V_0\frac{\left(V_u - V_d\right)}{\left(u-d\right)}\left[E\left(R_v\right) - R_f\right]}{R_f} \quad \textbf{(6)}$$

(MFPM); incorporando momentos estocásticos superiores (*Downside* CAPM; *Conditional Moment* CAPM), o sencillamente estimaciones *ad-hoc* de la evolución del subyacente.

[2] En una opción de venta el ratio se plantea como *ΔS/P* siendo similar a la opción de compra.

Los movimientos de ascenso $u = \ell^{\sigma\sqrt{T}}$ y descenso $d = \ell^{-\sigma\sqrt{T}}$ son derivados mediante el modelo CRR, donde *σ* representa la volatilidad del subyacente. Reordenando la expresión anterior, la valuación de un nodo específico correspondiente a la rejilla binomial es la siguiente;

$$\ell^{-r_f T}\left[E\left(V_t\right)-\frac{V_u - V_d}{\ell^{\sigma\sqrt{T}} - \ell^{-\sigma\sqrt{T}}}\left(\ell^{kT} - \ell^{r_f T}\right)\right] \quad \textbf{(7)}$$

Los tradicionales coeficientes equivalentes ciertos (modelo CRR), son obtenidos suponiendo que la tasa de crecimiento del subyacente es el tipo sin riesgo,

$$p_n \equiv \left(\frac{\ell^{r_f T} - d}{u - d}\right) \quad \textbf{(8)}$$

El enfoque propuesto emplea probabilidades "*del mundo real*". Estas son obtenidas sustituyendo el tipo sin riesgo de la ecuación anterior, por la tasa ajustada por riesgo o tasa de evolución del subyacente (K_t),

$$p \equiv \left(\frac{\ell^{kT} - d}{u - d}\right) \quad \textbf{(9)}$$

Finalmente, el valor del activo es calculado resolviendo recursivamente la rejilla binomial. El valor de la opción V_{ij} para *n* nodos aplicando coeficientes equivalentes ciertos (modelo CRR) es;

$$V\left(i, j\right) = \ell^{-r_f T}\left[p_n V_{(i+1, j)} + \left(1 - p_n\right)V_{(i, j+1)}\right] \quad \textbf{(10)}$$

Siendo *i* el número de movimientos ascendentes y *j* el número de movimientos descendentes para el estadio *"i+j"* (donde *i+j* es menor a el estadio terminal). Utilizando las probabilidades del "*mundo real*" (Ecuación 9) y la valoración de un nodo (Ecuación 7), la expresión general es,

$$V\left(i, j\right) = \ell^{-r_f T}\left\{\left[pV_{(i+1, j)} + \left(1 - p\right)V_{(i, j+1)}\right] - \left(\frac{V_{(i+1, j)} - V_{(i, j+1)}}{\ell^{\sigma\sqrt{T}} - \ell^{-\sigma\sqrt{T}}}\right)\left(\ell^{kT} - \ell^{r_f T}\right)\right\} \quad \textbf{(11)}$$

3. Análisis de un caso: flexibilidad estratégica en un proyecto de inversión de base tecnológica, la opción de diferir y abandonar.

A continuación se presenta un ejemplo para ilustrar la consistencia matemática entre los enfoques de probabilidades “del mundo real” versus coeficientes equivalentes ciertos (CRR) y las ventajas derivadas del primero.

Se supone que un grupo de investigadores académicos especializados en nanotecnología de minicomponentes electrónicos destinados a la medicina, evalúa la estrategia de fabricar a escala prototipos de microcomponente para prótesis. Estos poseen notables mejoras tecnológicas respecto de sus rivales y son elaborados en el mercado local. La financiación, por partes iguales, será provista por un consorcio integrado por inversores privados (venture capital) y como contraparte el costo de oportunidad que representa el trabajo derivado del equipo de investigadores. El proyecto tiene desventajas competitivas dadas por bajas barreras de entrada ya que introducido el producto, la tecnología puede ser imitada en el corto plazo por potenciales y actuales competidores. Adicionalmente tiene altas barreras de salida, es decir, realizada la inversión en planta y equipo, la misma es irreversible y presenta la dificultad de enajenación de los activos fijos habida cuenta la especificidad del producto.

Considerando las bajas y altas barreras de entrada y salida los estudios de mercado, técnico y económico arrojan un valor para la inversión inicial en activos fijos y capital de trabajo (I) de 300 millones de pesos. El valor actual de los flujos derivado de los fondos operativos del proyecto VA(FF) es de 150 millones. El resultado obtenido aplicando el tradicional criterio de elección conduce al rechazo del proyecto, ya que su valor actual neto (VAN) es de -150 millones [VA(FF)– I]. En términos estratégicos el resultado se genera debido las escazas barreras de ingreso en el mercado (no se adquiere la exclusividad de fabricación, atentando contra la viabilidad económica del proyecto.

Una estrategia alternativa consiste en diferir la inversión, producción y comercialización del producto con el objetivo de recolectar mayor información del potencial mercado, y aminorar la incertidumbre inicial. Paralelamente se prevé, en el caso de inviabilidad económica de fabricación a nivel comercial del prototipo, la transferencia del prototipo y derechos de fabricación a un grupo inversor. En términos estratégicos se crea una barrera temporal de entrada (licencia para diferir la producción y reserva de derechos de exclusividad) y se reduce la barrera de salida al posibilitar eventualmente la transferencia del proyecto.

Concretar el curso de acción precedente requiere patentar el prototipo y adquirir una licencia de exclusividad en la explotación. Con esto se reserva la opción de esperar (diferir) la inversión aguardando nueva información sobre la evolución del mercado. El costo total de la licencia (incluidos tasas, derechos y honorarios profesionales en las actuaciones ante organismo pertinentes) es de 5 millones. El plazo de exclusividad y diferimiento de la inversión (Ia) se extiende hasta el quinto periodo. La inversión se concretará si el valor actual de los flujos de fondos operativos supera los desembolsos requeridos para su producción a escala comercial. El valor de la inversión para el quinto periodo se incrementa respecto de la original (como consecuencia de un incremento esperado de los costos de producción) ascendiendo su valor a 600 millones de pesos. Si el valor marginal del proyecto en el quinto periodo es negativo se estima que el prototipo puede venderse por un valor de 7 millones de pesos. Por lo tanto se posee la flexibilidad estratégica de venta o abandono del proyecto.

En términos de opciones financieras, el emprendimiento posee una opción de compra europea para producir y comercializar el producto a escala comercial difiriendo la inversión al periodo quinto. También posee una opción de venta europea, ejercible al vencimiento de la licencia, que permite la enajenación del proyecto a un precio acordado si los escenarios no son propicios para su producción a escala industrial. Cuando se contrata un *call* y *put* sobre el mismo subyacente, precio de ejercicio y vencimiento la estrategia se denomina *straddle*. La estrategia de opciones aludida tiene por objetivo brindar cobertura contra valores extremos, empleada sobre activos con un alto grado de volatilidad típico de los proyectos de base tecnológica.

Para permitir la aplicación de la Teoría de Opciones se supone que el mercado financiero debe ser completo, en el sentido de que cualquier flujo de fondos y riesgo pueda ser replicado por diferentes combinaciones de activos (carteras de arbitraje). La consecuencia inmediata de ello reside en que todo activo real tiene un activo financiero gemelo (acción) cuyos movimientos se encuentran correlacionados perfectamente con los flujos del proyecto. A partir del activo financiero se infiere la volatilidad del proyecto de inversión (σ), esta última es el insumo para estimar movimientos de ascenso (u) y descensos (d) del proceso estocástico discreto (binomial) de los flujos de fondos del proyecto. Dado que los mercados son imperfectos e incompletos no todas las inversiones en activos reales poseen una acción gemela. Esta situación se profundiza para emprendimientos tecnológicos donde el capital en juego no hace oferta pública en el mercado financiero, hecho que cobra relevancia en economías emergentes. En estos casos la solución viene de la mano del método MAD (*Marketd Asset Disclaimer*; Copeland y Antikanrov, 2001). Primero se calcula el valor actual de los flujos de fondos, asumiéndose este como el verdadero valor de mercado o precio de transferencia en el caso de venta del proyecto en marcha . Paso seguido el VAN obtenido es simulado aplicando el método Monte Carlo, suponiéndose distribución normal de probabilidad de los valores del VAN. De la simulación se obtienen los parámetros de la distribución de frecuencia, entre ellos la volatilidad del VAN (σ).

En el ejemplo propuesto se aplicó el método MAD sobre el valor actual de los flujos positivos cuyo valor en t=0 es de $150. Como resultado la volatilidad asociada (σ) es del 60%, el proceso estocástico del subyacente (flujos de fondos operativos) se supone geométrico browniano (GMB). La tasa de crecimiento esperada (Ks) de los flujos de fondos es del 18%, y el intervalo de tiempo es de $\Delta t=1$. El tipo sin riesgo (rf) es del 5%. Los movimientos de ascenso ($u=e\sigma\sqrt{t}$) y descenso ($d=e-\sigma\sqrt{t}$) son de 1,82 y 0,58 respectivamente.

En el Cuadro 1 se presenta el proceso estocástico del flujo de fondos operativo para una rejilla de cinco periodos. Se exponen las probabilidades del "mundo real" (p) y los coeficientes equivalentes ciertos (pn).

Cuadro 1: Proceso estocástico de los flujos de fondos operativos, p (probabilidades "del mundo real"), pn (equivalentes ciertos), P(x) ecuaciones de probabilidades ($).

0	1	2	3	4	5	*p*	p_n	*P(x)*
150,00	273,32	498,02	907,45	1.653,48	3.012,83	0,034	0,010	p^5
	82,32	150,00	273,32	498,02	907,45	0,165	0,073	$5p^4(1-p)$
		45,18	82,32	150,00	273,32	0,318	0,225	$10p^3(1-p)^2$
			24,79	45,18	82,32	0,307	0,345	$10p^2(1-p)^3$
				13,61	24,79	0,148	0,265	$5p(1-p)^4$
					7,47	0,028	0,081	$(1-p)^5$

3.1. Equivalentes ciertos

El tradicional enfoque CRR requiere determinar los coeficientes equivalentes ciertos. Para ello se aplica la ecuación 8. Los valores obtenidos son p_n = 0,394 y su complemento de (1- p_n)=0,6053. La determinación del valor terminal de la opción en el quinto periodo se realiza mediante la expresión $V=Max\ [VA(FF)_5 - I_a\ ;\ 0]$. Si el valor los flujos de fondos operativos es inferior a la inversión requerida no se ejerce la opción de producir a escala comercial y el único costo que se asume es el pago inicial de la licencia (5 millones). En este caso se activa la opción de venta del proyecto por $7 millones, por lo tanto la operación da un resultado neto terminal de $2 millones ($7-$5 millones). Si el valor de los flujos excede la inversión requerida se ejerce la opción de producción. Finalmente aplicando resolución recursiva a través de la ecuación 10, se obtiene al valor actual de los flujos de fondos en el momento inicial (t=0). En el siguiente cuadro se expone la rejilla.

Cuadro 2: Valor de la opción t=5, Max ($VA(FF_5)-I_a$); t=4 a t=0 empleo de las ecuación 10. Determinación de los coeficientes equivalentes ciertos ecuación 8

0	1	2	3	4	5	*pn*
40,55	90,09	206,40	475,20	1.082,74	2412,83	0,010
	11,70	21,92	48,67	119,44	307,45	0,073
		6,02	6,33	6,66	7,00	0,225
			6,33	6,66	7,00	0,345
				6,66	7,00	0,265
					7,00	0,081

El valor actual de los flujos de fondos en t=0 es de $40,55. Claramente conviene llevar adelante la estrategia de desarrollo del prototipo y compra de la licencia; diferir la inversión y ejecutarla en t=5. Revelada la incertidumbre en último periodo, si el escenario es adverso (no se ejerce el call), se ejecuta la venta y abandono del emprendimiento convalor positivo de $7 millones. Al ser el costo de la licencia inferior a los valores obtenidos por ambas estrategias (diferir, invertir o en su defecto vender), el valor actual neto de diferir como elemento condicionante de la ejecución del proyecto o su venta es de $35,55 (millones) [$40,55 - $5]. Si no se hubiese analizado la posibilidad de diferir el proyecto no se hubiese concretado en virtud a su valor actual neto negativo, ni eventualmente la venta del prototipo si los escenarios en los nodos finales no son favorables.

3.2. Probabilidades del "mundo real"

A diferencia del caso anterior se propone aplicar probabilidades correspondientes al "mundo real". Estas surgen de aplicar la ecuación 9, y sus valores son de p = 0,509 y (1-p) = 0,4907. Nuevamente la determinación del valor terminal de la opción (t=5) se realiza mediante la expresión V=Max [VA(FF)5 - Ia ; 0]. Resolviendo recursivamente y aplicando la ecuación 11 se tiene la rejilla del Cuadro 3.

Cuadro 3: Valor de la opción t=5, Max (VA(FF_5)-I_a); t=4 a t=0 empleo ecuación 11. Determinación de las probabilidades "reales" ecuación 9. Probabilidad de ejecución del proyecto 19,9% (3,4% + 16,5%). Probabilidad de abandono y venta 80,10% (31,8%+30,7%+14,8%+2,8%)

0	1	2	3	4	5	*p*
40,55	90,09	206,40	475,20	1.082,74	2.412,83	0,034
	11,70	21,92	48,67	119,44	307,45	0,165
		6,02	6,33	6,66	7,00	0,318
			6,33	6,66	7,00	0,307
				6,66	7,00	0,148
					7,00	0,028
Probabilidad ejecución proyecto						**0,199**
Probabilidad abandono y venta						**0,801**

El resultado del presente enfoque es consistente con el tradicional enfoque binomial de Cox, Ross y Rubinstein. Sin embargo las probabilidades "*del mundo real*" logran una mejor interpretación de la anatomía del riesgo del proyecto y probabilidades de suceso asociada a los nodos finales. Además se incorporan las tasas estimadas de evolución del valor del subyacente en base a tradicionales modelos de equilibrio, modelos que incorporan momentos estocásticos de orden superior, o estimaciones *ad-hoc* de la evolución del subyacente.

En el ejemplo las probabilidades acumuladas de invertir, producir y comercializar el prototipo (ejercicio del *call*) es de 19,9% en *t=5*. El valor surge de sumar las probabilidades de ocurrencia correspondiente a los escenarios donde el proyecto toma valor positivo. En los estadios p^5 (cinco escenarios positivos) y $p^4(1-p)$ (cuatro escenarios positivos y uno negativo) el valor del proyecto es positivo y no se rechaza. En el resto de los nodos terminales se ejerce la venta del prototipo (ejercicio del *put*) con probabilidad acumulada del 80,10%.

Para determinar los rendimientos periódicos correspondientes a cada estadio se aplica la siguiente expresión

$$IRR = LN\left[\frac{V_{ti+1}(u)\,p + V_{tj+1}(d)1-p}{V_{ti}}\right] \quad \textbf{(12)}$$

Cuadro 4: Rendimiento asociado a cada estadio positivo de valor. Probabilidad de ocurrencia 19,9%

0	1	2	3	4
24%	25%	25%	25%	24%
	19%	24%	28%	29%
		5%	5%	5%
			5%	5%
				5%

Se puede apreciar que las tasas de actualización por periodo, varían replicando la flexibilidad estratégica del proyecto. El cuadro pone de manifiesto el clásico error en el cuál se incurre cuando se evalúa una decisión de inversión empleando una tasa ajustada por riesgo estática para toda la vida del proyecto (Milanesi, 2010).

3.3. El Valor Actual Neto y su consistencia con la Teoría de Opciones Reales.

La técnica del valor actual neto se expone desagregada, donde el valor final está compuesto por los nodos finales. El nodo de mayor valor ($2412, 83) presenta un solo recorrido, el segundo nodo ($307,45) presenta cinco recorridos alternativos, el tercer y cuarto nodo ($7) presenta 10 recorridos cada uno, el cuarto nodo ($7) cinco recorridos y el extremo inferior de la rejilla ($7) un solo recorrido. Para que el resultado obtenido por el método Valor Actual Neto sea consistente con el correspondiente a opciones, los valores de los nodos finales se deben actualizar empleando las tasas de expuestas en el cuadro anterior.

Cuadro 5: V(1) (valor en el nodo final), FA(2) (factor de actualización), VAN (3) (valor actual neto de cada nodo, surge del producto de la columna (1) x (2)); Factor de actualización (función exponencial de las tasas de rendimiento estimadas en el cuadro 4); P(x) (probabilidad binomial); VAN x P(x) (valor actual ponderado por probabilidad de ocurrencia).

V(1)	*FA(2)*	*VAN (3)*	*Factor de actualización*	*P(x)*	*VAN x P(x)*	Nodo
$ 2.412,83	0,29	$ 699,67	exp(-(24%+25%+25%+25%+24%))	0,034	$ 24,32	5
$ 307,45	0,29	$ 89,15	exp(-(24%+25%+25%+25%+24%))	0,034	$ 3,05	4
$ 307,45	0,29	$ 89,13	exp(-(24%+19%+24%+28%+29%))	0,030	$ 2,63	4
$ 307,45	0,27	$ 83,66	exp(-(24%+25%+24%+28%+29%))	0,031	$ 2,56	4
$ 307,45	0,27	$ 82,66	exp(-(24%+25%+25%+28%+29%))	0,032	$ 2,63	4
$ 307,45	0,28	$ 84,80	exp(-(24%+25%+25%+25%+29%))	0,033	$ 2,80	4
$ 7,00	0,37	$ 2,59	exp(-(24%+19%+24%+28%+5%))	0,032	$ 0,08	3
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,032	$ 0,12	3
$ 7,00	0,34	$ 2,40	exp(-(24%+25%+25%+28%+5%))	0,032	$ 0,08	3
$ 7,00	0,36	$ 2,55	exp(-(24%+19%+25%+28%+5%))	0,031	$ 0,08	3
$ 7,00	0,46	$ 3,24	exp(-(24%+19%+24%+5%+5%))	0,031	$ 0,10	3
$ 7,00	0,43	$ 3,04	exp(-(24%+25%+24%+5%+5%))	0,031	$ 0,09	3
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,031	$ 0,12	3
$ 7,00	0,45	$ 3,13	exp(-(24%+19%+5%+28%+5%))	0,031	$ 0,10	3
$ 7,00	0,37	$ 2,59	exp(-(24%+19%+25%+28%+5%))	0,032	$ 0,08	3
$ 7,00	0,46	$ 3,24	exp(-(24%+19%+25%+28%+5%))	0,031	$ 0,10	3
$ 7,00	0,37	$ 2,59	exp(-(24%+19%+24%+28%+5%))	0,032	$ 0,08	2
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,032	$ 0,12	2
$ 7,00	0,34	$ 2,40	exp(-(24%+25%+25%+28%+5%))	0,032	$ 0,08	2
$ 7,00	0,36	$ 2,55	exp(-(24%+19%+25%+28%+5%))	0,031	$ 0,08	2
$ 7,00	0,46	$ 3,24	exp(-(24%+19%+24%+5%+5%))	0,031	$ 0,10	2
$ 7,00	0,43	$ 3,04	exp(-(24%+25%+24%+5%+5%))	0,031	$ 0,09	2
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,031	$ 0,12	2
$ 7,00	0,45	$ 3,13	exp(-(24%+19%+5%+28%+5%))	0,031	$ 0,10	2
$ 7,00	0,37	$ 2,59	exp(-(24%+19%+25%+28%+5%))	0,032	$ 0,08	2
$ 7,00	0,46	$ 3,24	exp(-(24%+19%+25%+28%+5%))	0,031	$ 0,10	2
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,032	$ 0,12	1
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,031	$ 0,12	1
$ 7,00	0,46	$ 3,24	exp(-(24%+19%+24%+5%+5%))	0,032	$ 0,10	1
$ 7,00	0,43	$ 3,04	exp(-(24%+25%+24%+5%+5%))	0,031	$ 0,09	1
$ 7,00	0,46	$ 3,24	exp(-(24%+19%+24%+5%+5%))	0,030	$ 0,10	1
$ 7,00	0,56	$ 3,92	exp(-(24%+19%+5%+5%+5%))	0,028	$ 0,11	0
V= VAN x P(x)					**$ 40,55**	

No existe una única tasa de actualización a ser aplicada a los pagos futuros. Por ejemplo, al segundo nodo terminal se aborda mediante cinco recorridos que combinan tasas ajustadas por riesgo para cada etapa. En el Cuadro 5 se determina el valor actual neto descontando el pago futuro para cada nodo (*V(1)*) a través del factor de actualización *FA(2).* A continuación se pondera el valor actual por su probabilidad de ocurrencia asociada. Esta se determina aplicando la siguiente ecuación,

$$P\left(x\right)=p^{h}\left(1-p\right)^{N-h} \quad \textbf{(13)}$$

P(x) representa la probabilidad objetiva para cada recorrido, *p* es la probabilidad de suceso “del mundo real”; *1-p* su complemento; *h* la cantidad de recorridos ascendentes y *N-h* los descendentes.

La sumatoria arroja un valor de $40,55 equivalente al obtenido aplicando la teoría de opciones reales. A diferencia de los cálculos tradicionales de VAN, en este caso se explicita y proyectan los posibles valores esperados en cada punto del tiempo, se determinaron las tasas ajustadas por riesgo en cada recorrido y finalmente se estimó su probabilidad de ocurrencia.

4. Conclusiones

Se demuestra la consistencia y convergencia de resultados entre equivalentes ciertos y probabilidades "*del mundo real*". El último permite una interpretación más intuitiva de las probabilidades de suceso asociadas a la flexibilidad estratégica de la inversión. Adicionalmente las probabilidades "*del mundo real*" permiten estimar coeficientes utilizando tasas ajustadas por riesgo determinadas con los clásicos modelos de equilibrio (*Capital Assets Pricing Model* (CAPM); *Arbitrage Price Theory* (APT); *Multifactor Pricing Model* (MFPM); modelos donde se incorporan momentos estocásticos superiores (Downside CAPM; Conditional Moment CAPM), o sencillamente estimaciones *ad-hoc* de la evolución del subyacente como en el ejemplo del trabajo. Finalmente se determina la congruencia de la tradicional medida de valor (VAN) con la Teoría de Opciones Reales. Para ello es menester que el Valor Actual Neto sea estimado expandiendo los posibles resultados asociados a los recorridos correspondiente al proceso estocástico, calculando tasas ajustadas por riesgo para cada punto y determinando las probabilidades objetivas asociadas.

Referencias Bibliográficas

Arnold, T. y Crack; T. (2004). *Option Pricing in the Real World: a Generalized Binomial Model with Applications to Real Options*. [Papeles de Trabajo] *Social Science Research Network, Financial Economics Network.* Disponible en www.ssrn.com.

Black, F. y Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economics, 81,* 637-654.

Brennan, M. y Schwartz, E. (1985). Evaluating Natural Resources Investment. *Journal of Business, 58,* 135-157.

Copeland, T. y AntiKaRov, V. (2001). *Real Options*. New York: Texere LLC.

Cox, J. y Ross, S. (1976). The Valuation of Options for Alternative Stochastics Process*. Journal of Financial Economics, 3*, 145-166.

Cox, J., Ross, S. y Rubinstein, M. (1979). Option Pricing: A Simplified Approach*. Journal of Financial Economics, 7*(3), 229-263.

Hull, J. (2005). *Options, Futures and Others Derivatives.* (5ta. ed.). New Jersey: Prentice Hall.

Ingersoll, J. y Ross, S. (1992). Waiting to Invest: Investment and Uncertainty. *Journal of Business, 65,* 1-29.

Kemma, A. (1988). *Options in Real and Financial Markets WP.* Ph.D diss, Erasmus University, Rotterdam.

Kulatilaka, N. (1988). Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems. *IEEE Transactions in Engineering Management, 22,* 250-257.

______ (1995). Operating Flexibilities in Capital Budgeting. Substitutability and Complementary in Real Options. En L. Trigeorgis (Ed.), *Real Options in Capital Investment. Models, Strategies and Applications* (pp. 121-132). Westport, CT: Praeger.

Luherman, T. (1998). *Investment Science*. New York: Oxford University Press.

______ (1998). Investment opportunities as real options: Get starting with the numbers. *Harvard Business Review, 4,* 51-67.

Margrabe, W. (1978). The Value of an Option to Exchange one Asset for Another. *Journal of Finance, 33,* 177-186.

Mason, S. y Merton, R. (1985). The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance. En E.I. Altman and M.G. Subrahmanyam (Eds.), *Recent Advances in Corporate Finance* (pp. 7-54). Homewood, IL: Richard D. Irwin.

Mc Donal, R. y Siegel, J. (1986). Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down. *International Economic Review, 26,* 321-349.

Merton, R. (1973). The Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science, 4*(1), 141-183.

Milanesi, G. y Vigier, H. (2010). Árboles de Decisión, Opciones Reales y Enfoque Integrado en Mercados Completos e Incompletos. *XLV Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política (AAEP),* Universidad de Buenos Aires. Disponible en http://www.aaep.org.ar/anales/buscador.php?anales=2010buenosaires

Mun, J. (2004). *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions*. (1ra. ed.). New York, Estados Unidos: John Wiley and Sons.

Myers, S. (1977). Determinants of Corporate Borrowing, *Journal of Financial Economics, 5,* 147-176.

Myers, S. y Majd, S. (1990). Abandonment Value and Project Life. *Advances in Futures and Options Research, 4,* 1-21.

Paddock, J., Siegel, D. y Smith, J. (1988). Option Valuation of Claims on Physical Assets: The Case of Offshore Petroleum Lease. *Quarterly Journal of Economics, 103,* 479-508.

Pindyck, R. (1988). Irreversible Investment, Capacity Choice and The Value of the Firm. *American Economics Review, 78,* 969-985.

Smit, H. (1996). The Valuating of Offshore Concessions in the Netherlands. *Financial Management, 26,* 5-17.

Trigeorgis, L. (1988). A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting. *Advances in Futures and Options Research, 3,* 145-167.

_______ (1993). Real Options and Interactions with Financial Flexibility*. Financial Management, 22,* 202-224.

Trigeorgis, L. y Mason, S. (1987). Valuing Managerial Flexibility. *Midland Corporate Finance, 5,* 14-21.